الملخص العربى

عن التركيبات المتعمقة للجوارات الفازية

لطفى زاده ([53]) Zadeh قدم عام 1965 مفهوم المجموعات الفازية . هذا المفهوم آثار اهتمام علماء الرياضيات البحتة والتطبيقية وكذلك علماء الهندسة والبيولوجى والاقتصاد وعلماء فى مجالات بحثية أخرى تستخدم الأفكار والطرق الرياضية. باستخدام المجموعات الفازية يمكن إعطاء وصف أكثر دقة لبعض الظواهر الطبيعية من ذلك الذى يقدم باستخدام المجموعات العادية . يوجد العديد من التطبيقات العملية للمجموعات الفازية .

علم التوبولوجى كان من الفروع الأولى للرياضيات البحتة والتى طبق فيها مفهوم المجموعات الفازية . ذلك كان عندما قدم تشانج ([10]) Chang مفهوم التوبولوجى الفازى . هناك العديد من الباحثين قاموا بتطوير الفراغات التوبولوجية الفازية مثل : ([6,14,17,20,26,30,31,32,39,42,43,44]).

أيضا مفهوم التقريب ([12,13]) تم تعميمه إلى التقريب الفازى بواسطة Artico and Moresco ([1,2]) وكذلك بواسطة Katsaras ([36-38]) ، وندرس هنا مفهوم Katsaras ([38]) . يوجد مفهوم للفراغات المحكمة الفازية قدم بواسطة Gähler ([25]) يعتمد على مفهوم المرشح الفازى .

فرضيات الانفصال للفراغات التوبولوجية تم تعميمها إلى الحالة الفازية بواسطة العديد من الباحثين من بينهم ([33, 34, 52]) .

فى هذه الرسالة نقدم نوع جديد من فرضيات الانفصال للفراغات التوبولوجية الفازية تعتمد فى تعريفها على نقاط الفراغ والمجموعات الجزئية من هذا الفراغ وتعرف بطريقة مشابهة لفرضيات الانفصال فى الحالة العادية باستخدام مفهوم المرشح الفازى . سوف نرمز لهذه الفرضيات بالرمز GT_i وللفراغات التى تحقق هذه الفرضيات بالرمز *فراغ* - GT_i . سوف ندرس الحالات $i = 0,1,2,3,4$. كذلك نعرف وندرس فرضيات الانفصال لفراغات الجوار الفازية المتعمقة والتى تم تعريفها فى ([27]) . سوف نرمز لهذه الفرضيات بالرمز GNT_i ولفراغات الجوار الفازية المتعمقة والتى تحقق هذه الفرضيات بالرمز *فراغ* - GNT_i.

الفرضيات GT_i , GNT_i تحقق العديد من الخواص المشابهة للحالة العادية . وكذلك هى أعم من أنواع أخرى من فرضيات الانفصال الفازية المعرفة فى ([34,52]) . أيضا فراغات التقريب الفازية ([38]) والفراغات المحكمة ([25]) لها علاقة جيدة مع الفراغات - GT_i .

الرسالة تتكون من ثلاث أبواب وقد تم إعدادها كما يلى :
كل باب يبدأ بمقدمة تشرح ما يحتويه هذا الباب .

الباب الأول : يحتوى المصطلحات والتعريفات والنتائج الخاصة بالمفاهيم التى تستخدم فى الرسالة .

الباب الثانى : يخصص لتقديم ودراسة الموضوع الرئيسى للرسالة وهو مفهوم الفرضيات GT_i للفراغات التوبولوجية الفازية والفرضيات GNT_i لفراغات الجوار الفازية المتعمقة لكل $i = 0,1,2,3,4$.

فى هذا الباب نثبت أن هذه الفرضيات هى تعميم جيد للفرضيات العادية والعلاقة بين هذه الفرضيات موجودة كما هى فى الحالة العادية أى أن : كل فراغ - GT_i يكون فراغ GT_{i-1} لكل $i= 1,2,3,4$. كما أنه لأى فراغ - GT_i (X,τ) الفراغات (X, τ_α) و $(X, \iota(\tau))$ تكون T_i لكل $i = 0,1,2$. أيضا أى فراغ يحتوى فراغ - GT_i يكون أيضا GT_i لكل $i = 0,1,2,3,4$. كما نقدم بعض الأمثلة التى توضح عدم صحة العلاقات العكسية. توجد أيضا بعض الخواص الأخرى لهذه الفرضيات سوف تثبت فى الباب الثالث .

جدير بالذكر أن معظم نتائج هذا الباب قدمت للنشر فى [3,4] .

فى الباب الثالث : سوف نستمر فى دراسة خواص أخرى للفرضيات GT_i . سوف نثبت أن الفراغات التوبولوجية الأولية والنهائية لعائلة من فراغات - GT_i ، $i = 0,1,2,3,4$ تكون GT_i . لذلك الفراغات الجزئية وفراغات الضرب وفراغات القسمة وفراغات المجموع لفراغات GT_i تكون أيضا GT_i . كما أوضحنا أن الفراغات - GT_i تكون أعم من الفراغات - FT_i والمعرفة فى ([34]) وكذلك أعم من الفراغات - WT_i المقدمة فى ([52]). سوف نوضح أيضا أن الفرضيات GNT_i لفراغات الجوار الفازية المتعمقة تكون أعم من الفرضيات NT_i المعرفة فى ([52]) لفراغات الجوار الفازية حسب مفهوم

Lowen ([49]) . وسنقدم فى كل حالة أمثلة توضح وجهة نظرنا فى أن الفرضيات GT_i أعم من الفرضيات الأخرى ([34,52]) . كما ندرس العلاقة بين فراغات التقريب الفازيـــة ([38]) والفراغات - GT_i . سوف نثبت أن كل فراغ تقريب فازى يكون منفصل إذا وفقـــط إذا كان الفراغ التوبولوجى الفازى المصاحب GT_0 . كذلـك الفـراغ التوبولوجـى الفـازى المصاحب لأى فراغ تقريب فازى يكون regular . أيضا العلاقة بين الفـراغ التوبولوجـى الفازى والذى يكون normal وفراغ التقريب الفازى موجودة كما هى فى الحالة العاديـــة . سوف ندرس أيضا العلاقة بين الفراغات المحكمة المعرفـــة بواسـطة Gähler ([25]) والفراغات - GT_i . سوف نوضح أن كل مجموعة جزئية محكمة من فراغ - GT_2 تكـــون مغلقة . كما أن كل فراغ - GT_2 محكم يكون فراغ - GT_1 . علاوة على ذلـك أى فـراغ محكم يكافئ فراغ - GT_2 جزئى منه .

معظم نتائج هذا الباب قدمت للنشر فى [5] .

وآخر دعوانا أن الحمد لله رب العالمين